4.2. Scale Free Model – Draft 0.2.1 (SFM 0.2.1) 口コミ伝播モデルによるユーザ数、データ量の時間変化量の考察

Tea partners, Co., Ltd.
CEO Toru Nomakuchi

2013/05/12

1 背景

昨今のインターネットの普及により、SNS のような口コミでユーザを獲得しネットワーク化しながら拡大する方式のサービスが一般的になってきている。また、サービスの拡大速度にあわせてサーバインフラを増強する必要があり、口コミ伝播におけるサーバ負荷を予想するモデルが必要になってきているといえる。特に、サーバ負荷を知り、適切なインフラ整備を行う上で、ユーザ数に比例するトランザクション量や、データ量の対数に比例するデータベースの検索負荷、データ量に比例するストレージサイズといった見積もりが必要である。また、ユーザ同士が複合的に作用しあう複雑なシステムにおいては、ロバスト性などを保証するような制御機構が必要になるが、その設計においても、ユーザ数の増減や不揮発性のデータ量の増減の予測が重要となる。

そこで本稿では、ユーザ数の増減や、不揮発性のデータ量（以下、アセットと呼ぶ）の増減に対する見積もりの精度を高めることを目的とし、口コミにより拡大するグループにおけるユーザ数の変化とアセットの変化をモデル化する。

2 口コミ伝播モデル

2.1 潜在的ユーザに対するユーザの割合

時刻 t における、潜在的ユーザに対するユーザの割合を飽和率 $\rho(t)$ としたとき、式 (1) が成立する。

$$\rho(t) = \frac{U(t)}{A} \tag{1}$$

ここで、

- グループが対象とする集合の潜在的なユーザ数: A
- 時刻 t におけるユーザ数：$U(t)$

である。

2.2 口コミ伝播の方程式

$\rho(t)$ が十分小さい時、口コミの速度は $\rho(t)$ に比例すると考えられるため、a を比例定数とした時、式 (2) が成立する。

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = a\rho(t) \tag{2}$$

また、a を ρ に依存する関数とした場合、式 (2) は ρ が十分大きい時にも成立する。ρ が十分大きい時、口コミの速度は 0 に近づくため、口コミの速度が $(1-\rho)$ にも比例すると仮定すると、式 (3) が成立する。

$$\frac{d\rho}{dt} = b(1-\rho)\rho \tag{3}$$

なお、$a = b(1-\rho)$ であり、定数 b は伝播速度に比例する定数である。

微分方程式 (3) を解くと、

$$\begin{aligned}
&\frac{d\rho}{(1-\rho)\rho} = bdt \\
\Leftrightarrow &\left(\frac{1}{1-\rho} + \frac{1}{\rho}\right) d\rho = bdt \\
\Leftrightarrow &- ln(1-\rho) + ln\rho = bt + c \\
\Leftrightarrow &\, ln\frac{\rho}{1-\rho} = bt + c \\
\Leftrightarrow &\, exp(-(bt+c)) = \frac{1}{\rho} - 1
\end{aligned} \tag{4}$$

となり、これを変形してユーザの飽和率 ρ は式 (5) で表される。

$$\therefore \rho = \frac{1}{1 + exp(-(bt+c))} \tag{5}$$

これよりユーザ数 $U(t)$ は式 (6) で表される。

$$\therefore U(t) = A\rho = \frac{A}{1 + exp(-(bt+c))} \tag{6}$$

統計的に有意といえる十分なユーザ数を U_0、その時点の時刻を 0 とした時、式 (7) が成立する。

$$U_0 = \frac{A}{1 + exp(-c)} \tag{7}$$

これより、定数 c は式 (8) で表され、定数 A と定数 U_0 より決定する。

$$\therefore c = -ln\left(\frac{A}{U_0} - 1\right) \tag{8}$$

これより、潜在的なユーザ数 A と、伝播速度に比例する定数 b を同定することにより、ユーザの飽和率 ρ を表す式 (5)、ユーザ数 $U(t)$ を表す式 (6)、定数 c を表す式 (8) を用いて、ユーザの飽和率やユーザ数の時間変化を推定することが可能となる。

3　潜在的ユーザの増減モデル

先述のモデルでは、潜在的なユーザ数 A は固定値であるものとしたが、そのユーザを対象とするグループが多数存在した場合、１つのグループにおいては変動する値であるといえる。

対象となるグループが N 個存在し、それぞれが飽和状態にある場合のモデルを考える。

時刻 t における、各グループ $i(i = 1, 2, .., n)$ における潜在的なユーザ数を $A_i(t)$ としたとき、式 (9) が成立する。

$$A = \sum_{i=1}^{N} A_i(t) \tag{9}$$

式 (9) を微分すると、式 (10) が得られる。

$$0 = \sum_{i=1}^{N} \frac{dA_i(t)}{dt} \tag{10}$$

ここで、$A_i(t)$ を減衰率 $\lambda_i(t)$ を用いて表すと、式 (11) となる。

$$\frac{dA_i(t)}{dt} = \lambda_i(t) \cdot A_i(t) \tag{11}$$

式 (10) に式 (11) を代入すると、式 (12) が得られる。

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t) \cdot A_i(t) = 0 \tag{12}$$

ここで、式 (13) に示すように、シェア率 $\alpha_i(t)$ を定義して、グループのユーザ数 $A_i(t)$ を正規化することを考える。

$$\alpha_i = \frac{A_i(t)}{A} \tag{13}$$

式 (9) を、式 (13) を用いて変形すると、式 (14) が得られる。

$$\therefore 1 = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t) \tag{14}$$

同様に、式 (12) を、式 (13) を用いて変形すると、式 (15) が得られる。

$$\therefore \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t) \cdot \alpha_i(t) = 0 \tag{15}$$

ここで、過去のシェア率 $\alpha_i(t)$ は計測可能な値であり、外装関数により予想が容易である。また、$\lambda_i(t)$ は時間変化する関数であるが、新サービスの提供など、グループの魅力が変化する内部要因や外部要因がなければ、時間変化が小さい関数であるため、外装関数による補外や定数と仮定することにより、式 (14) や式 (15) を制約条件としてパラメータを同定することが容易である。

4　アセットの増減モデル

ユーザ一人あたりの平均アセット生成量を $\mu(t)$ とおくと、時間 T 経過後の総アセット量 $V(T)$ は式 (16) で表すことができる。

$$V(T) = \int_0^T \mu(t)U(t)dt \tag{16}$$

式 (16) に式 (6) を代入すると、式 (17) が得られる。

$$V(T) = \int_0^T \frac{A \cdot \mu(t)}{1 + exp(-(bt + c))}dt \tag{17}$$

また、式 (17) を時間 T で微分すると、アセットの増減速度 (18) が得られる。

$$\frac{dV(T)}{dT} = \frac{A \cdot \mu(t)}{1 + exp(-(bt + c))} \tag{18}$$

平均アセット生成量 $\mu(t)$ は、グループ形成期から成熟期にかけて増減は予想されるものの、成熟期にはほぼ一定数になると推定される。その定数を μ_0 とおくと式 (19) が成り立つ。

$$\lim_{t \to \infty} \mu(t) = \mu_0 \tag{19}$$

また、成熟期には、$exp(-(bt + c))$ は 0 に近くなっているため、式 (20) が成り立つ。このことより、成熟期にはアセットの変化量は線形的になるといえる。

$$\therefore \lim_{T \to \infty} \frac{dV(T)}{dT} = A \cdot \mu_0 \tag{20}$$

非成熟期においては、平均アセット生成量 $\mu(t)$ の同定が必要となる。過去の $\mu(t)$ は計測可能であり、また、時間変化が比較的ゆるやかであると予想されるため、外装関数により補外し式 (16) を用いることで、アセットの増減予想が可能であると考えられる。成熟期においては、式 (20) に示したアセット増減速度の式を用いて、より容易にアセットの増減を予想することが可能であると考えられる。

5　結論

２節では、口コミ伝播の系において、ユーザの飽和率やユーザ数の時間変化を推定するモデルを提案した。このモデルでは、潜在的なユーザ数 A と、伝播速度に比例する定数 b を同定することにより、ユーザの飽和率 ρ を表す式 (5)、ユーザ数 $U(t)$ を表す式 (6)、定数 c を表す式 (8) を用いて、ユーザの飽和率やユーザ数の時間変化を推定することが可能である。

３節では、複数のグループにより潜在的なユーザを争奪しあうような状況下における、潜在的なユーザ数の時間変化を推定するモデルを提案した。各グループにおける減衰率 $\lambda_i(t)$ が、グループの時間変化が発生しにくいことに着目した。各グループにおける減衰率 $\lambda_i(t)$ を同定することにより、シェアの変化予測が可能である。

４節では、アセットの増減をモデル化した。非成熟期においては、一人当たりの平均アセット生成量 $\mu(t)$ の同定し、式 (16) を用いることで、アセットの増減予想が可能である。成熟期においては、式 (20) に示したアセット増減速度の式を用いて、アセットの増減予想が可能である。